

Стэнфордский университет, факультет исследования операций,

Стэнфорд, CA 94305, США

С момента появления его замысла в 1947 г., вызванного практикой военного планирования, линейное программирование получило широкое распространение. В сфере науки математики, экономисты и те, кто называют себя исследователями операций или специалистами по теории менеджмента, написали сотни книг по этому предмету и, конечно, несчетное количество статей.

Достаточно интересно, что, несмотря на его широкое применение для решения повседневных задач, линейное программирование было неизвестно до 1947 года. Правда, две или три личности могли осознать его потенциал, например, Фурье в 1823 году и де Лаваль Пуссен в 1911 году. Но это были особые случаи. Их работы были скоро забыты. Л. Канторович в 1939 г. добился многообещающих результатов, которыми в СССР пренебрегли. Лишь после того, как на Западе были выполнены основные работы по программированию, примерно в 1959 г. стала известна статья Канторовича. Представление о том, как скудны были попытки исследований в этом направлении, дает Т.Моцкин в своей докторской диссертации, приводя список лишь из 42 статей, написанных до 1936 г. и посвященных системам линейных неравенств, среди авторов которых значатся Стоукс, Дайнз, Маккой, Фаркаш.

Мои собственные достижения в этой области произрастают из личного опыта, связанного со II мировой войной. Мне пришлось стать специалистом по методам программного планирования при помощи настольных арифмометров. В 1946 г. я был советником по математике у Генерального инспектора ВВС США. Я как раз официально защитил докторскую диссертацию и искал место в научном учреждении. Для того, чтобы отвлечь меня от поисков другой работы, мои коллеги Д. Хичкок и М. Вуд предложили мне посмотреть, что можно сделать для механизации процесса планирования, а именно найти метод более быстрого расчета программы поэтапного развертывания, подготовки и тылового снабжения. В те дни механизация означала использование аналоговых машин или оборудования на перфокартах.

В соответствии со своей подготовкой математика я решил сформулировать одну модель, будучи очарованным работой Василия Леонтьева, предложившего в 1932 г. простую матричную структуру, которую он назвал «межотраслевая модель» американской экономики типа «вход - выход». Это была просто концепция, которая нуждалась в пополнении существенными деталями, чтобы ее можно было использовать для практического планирования. Скоро я увидел, что ее необходимо обобщить. Модель Леонтьева была статичной, а требовалась очень динамичная модель, такая, которая может меняться во времени. В модели Леонтьева один продукт производился одним производственным процессом. Нужна же была модель с многими альтернативными действиями, очень большего размера, с сотнями изделий и действий. И наконец, она должна была быть вычислимой. После завершения формулирования модели был необходим практический метод вычисления того количества действий, которое необходимо задействовать согласно их соответствующим характеристикам «вход - выход» и наличию ресурсов. Модель, сформулированная мной, может быть сегодня описана как многоэтапная, динамическая задача линейного программирования с блочно-диагональной структурой матрицы. Вначале в ней не было целевой функции; явно сформулированных целей не существовало, т.к. на практике у плановиков просто не было способа реализации такой концепции.

Простой пример иллюстрирует принципиальную сложность формулировки задачи планирования с использованием подхода, основанного на анализе действий. Рассмотрим задачу о назначении 70 человек на 70 работ. «Действие» состоит в назначении i -го человека на j -ю работу. Ограничения: (1) каждый человек из 70 должен быть задействован, и (2) все работы должны быть охвачены, т.е. тоже 70. Уровень любого действия может быть или 1 - он будет использоваться, или 0 - не будет. Таким образом, имеются $2 \cdot 70$ или 140 ограничений, $70 \cdot 70$ или 4900 действий с 4900 соответствующими неизвестными типа 0-1. К несчастью, здесь возможно 70! различных решений или вариантов назначений. Задача состоит в том, чтобы сравнить одно с другим и выбрать то, которое будет «лучше» по некоторому критерию.

Теперь, 70! - это огромное число, больше чем 10100. Предположим, что мы имели бы IBM 370-168 во время Большого взрыва 15 миллиардов лет тому назад. Способен ли этот компьютер просмотреть все 70! комбинаций к 1981 г.? Нет! Предположим вместо этого, что он способен проверять 1 миллиард назначений в секунду. Ответ все такой же - нет. Даже если бы Земля была заполнена такими компьютерами, работающими параллельно, ответ все равно будет «нет». Если, однако, было бы 1050 планет, подобных Земле, или 1044 звезд размером с Солнце, заполненных компьютерами с наносекундной длительностью такта и работающими параллельно с момента Большого взрыва до выгорания Солнца, тогда, возможно, ответ будет «да».

Этот простой пример показывает, почему вплоть до 1947г., и, в значительной мере, до этих дней существует большой разрыв между человеческими желаниями и его действиями. Человек может хотеть сформулировать свои желания в терминах целевого экстремума, но существует такое множество различных путей, ведущих к нему, каждый со своими преимуществами и недостатками, что невозможно сравнить их все и выбрать лучший из них. Непременным лидером тот человек, чьи «опыт» и «здравый смысл» укажут путь. Руководители любят делать это просто путем публикации ряда основных правил или эдиктов, которые необходимо выполнять тем, кто разрабатывает программу. Такова была ситуация в конце 1946 г. Я сформулировал модель, удовлетворительно представляющую те технологические связи, которые обычно учитываются на практике. Вместо явной цели или целевой функции помогать выбору решения должно было огромное количество практических правил, задаваемых начальством. Без этого в большинстве случаев было бы астрономическое число допустимых решений для отбора.

Все то, чего я касался до сих пор в плане первоначальных разработок, происходило до появления компьютера, а если более точно, до того, как мы в конце 1946 г. узнали, что он на подходе.

Отвлекаясь на мгновение, я хотел бы сказать несколько слов об электронном компьютере. Для меня, и, я надеюсь, для всех нас одним из наиболее удивительных достижений всех времен является проникновение компьютера почти во все сферы человеческой деятельности. Однако до того, как компьютер сможет быть разумно использован, должна быть сформулирована модель и разработаны хорошие алгоритмы. Построение модели требует «аксиоматизации» затрагиваемой предметной области. Часто это приводит к созданию полностью новой математической дисциплины, которая после этого начинает развиваться сама по себе. Таким образом в результате каждого нового проникновения компьютера рождается новая наука.

Фон Нейман указал на эту тенденцию аксиоматизации в своей статье «Общая и логическая теория автоматов». В ней он отмечает, что «автоматы играют непрерывно возрастающую роль в естественных науках. Автоматы начинают вторгаться также в некоторые разделы математики, в особенности в математическую физику или прикладную математику, но не только. Их роль в

математике является интересной противоположностью к некоторым функциональным аспектам организации в природе. Например, природные системы, подобные центральной нервной системе, обладают огромной сложностью, и ясно, что для того, чтобы понять их, необходимо прежде всего разделить то, что они собой представляют, на несколько частей, которые до некоторого предела являются независимыми, элементарными единицами. После чего проблема заключается в понимании того, как эти элементы организованы в целое. Эта последняя проблема, похоже, привлекает тех, кто имеет подготовку и вкусы математика. При подобном подходе они склонны забывать о основах и после завершения процесса аксиоматизации концентрироваться на математических аспектах».

К середине 1947 г. я пришел к выводу, что цель должна задаваться явно. Я сформулировал задачу планирования в виде ряда аксиом. Аксиомы охватывали отношения между двумя видами множеств: первым было множество производимых или потребляемых предметов, а вторым - множество действий или производственных процессов, в которые предметы могут входить или выходить в фиксированных пропорциях, причем пропорции задавались неотрицательными коэффициентами. Итоговая математическая система, которую необходимо было решить, представляла собой минимизацию линейного выражения для цели при соблюдении линейных равенств и неравенств. Такое использование линейного выражения в качестве целевой функции для поиска экстремума было новым словом.

После этого встал нетривиальный вопрос: может ли кто-нибудь решить такую систему? Сначала я предположил, что над этой проблемой уже работали экономисты. Поэтому я нанес визит Т.К. Купмансу в июне 1947 г. в фонд Каулза Чикагского университета, чтобы научиться всему, чему смогу, от математических экономистов. Купманс пришел в совершенное волнение. Во время II мировой войны он работал над транспортной моделью для Судоходной коллегии союзников и поэтому имел как теоретическую, так и практическую подготовку, необходимую, чтобы оценить то, что я представил. Он сразу разглядел применения для общего экономического планирования. Начиная с этого времени Купманс стал лидером в раскрытии возможностей моделей линейного программирования молодым экономистам, таким как К. Эрроу, П. Сэмюэльсон, Х. Саймон, Р. Дорфман, Л. Гурвиц и другим. Их исследования ныне отмечены несколькими Нобелевскими премиями.

Поняв, что у экономистов нет метода решения, я решил попытаться счастья и найти собственный алгоритм. Я очень обязан Ежи Нейману - специалисту по математической статистике, который руководил моей диссертационной работой в Беркли. Моя диссертация была посвящена двум знаменитым нерешенным проблемам в математической статистике, которые я принял по ошибке за домашнее задание и решил. Одна из них, позднее опубликованная совместно с Э. Уолдом, относилась к лемме Неймана-Пирсона. В современной терминологии моя диссертация была о существовании множителей Лагранжа (или двойственных переменных) для обобщенной линейной системы на множестве переменных, заключенных между 0 и 1 и удовлетворяющих линейным ограничениям, выраженным в форме интегралов Лебега. Там также было необходимо найти экстремум линейной целевой функции. Особенность геометрии, использованной в моей диссертации, заключалась в использовании столбцов вместо строк. Эта столбцовая геометрия дала то понимание, которое заставило меня поверить, что симплекс-метод может быть очень эффективным способом решения линейных систем. Это я предложил летом 1947 г. и, к счастью, это подтвердилось.

Тем не менее прошел примерно год, прежде чем мы в 1948 г. осознали, насколько в действительности силен симплекс-метод. Тем временем я решил проконсультироваться у «великого» Джонни фон Нейманна, чтобы посмотреть, что он скажет по поводу метода решения. Многими он считался ведущим математиком в мире. 3 октября 1947 г. я посетил его в первый раз в Институте перспективных исследований в Принстоне. Помню, я старался описать ему, как обычному смертному, задачу ВВС. Я начал с формулировки модели линейного программирования в терминах работ и ресурсов и т.п.. Фон Нейманн сделал нечто, я думаю, нехарактерное для него. «Ближе к делу», - раздраженно сказал он. Имея в то время несколько более толстую кожу, я сказал себе: «О'кей, если он хочет побыстрее, он это получит». Менее чем за минуту я набросал геометрическую и алгебраическую версии задачи на доске. Фон Нейманн встал и сказал: «А, это!..». После чего в течение следующих полутора часов он прочитал мне лекцию по математической теории линейных программ.

В какой-то момент заметив, что я сижу с открытым ртом и хлопаю глазами (перед этим проштудировав литературу и ничего не найдя), фон Нейманн сказал: «Я не хочу, чтобы Вы думали, что я вытаскиваю все это из моего рукава экспромтом, как волшебник. Просто я недавно закончил книгу с Оскаром Моргенштерном по теории игр. Я полагаю, что эти обе задачи эквивалентны. Теория, которую я набросал для Вашей задачи, аналогичная той, которую мы разработали для игр». Таким образом я впервые узнал о лемме Фаркаша и двойственности. Фон Нейманн обещал немного подумать о моей задаче и связаться со мной через несколько недель. Он написал мне, предложив итеративную схему, которая примерно в 1952 г. была сравнена с симплекс-методом, а также с предложениями Моцкина, Аленом Хофманом и его группой при Бюро стандартов. Симплекс-метод одержал чистую победу.

В результате другого визита в Принстон в июне 1948 г. я встретил Ала Такера. Скоро Такер и его студенты Х. Кун и Д. Джейл начали свою историческую работу над теорией игр, нелинейным программированием и теорией двойственности. Принстонская группа стала точкой притяжения для математиков, работающих в этой области. Двенадцатью годами позднее я запомнил разговор с профессором Такером, который в то время читал рукопись моей книги «Линейное программирование и его приложения».

Разговор был примерно такой: «Почему, - спросил он, - вы приписываете двойственность фон Нейманну, а не моей группе?». «Потому, что он был первым, показавшим это мне». Он сказал: «Это для меня странно потому, что мы в литературе не нашли ничего о сделанном фон Нейманном. Все, что у нас было, это его статья «О задаче максимизации». «Верно, - ответил я, - но позвольте мне выслать Вам статью, которую я написал в результате моей первой встречи с фон Нейманном». Я выслал ему мой отчет «Теорема о линейных неравенствах», датированный 5 января 1948 г., который содержал (насколько я знаю) первое строгое доказательство двойственности. Позднее Такер спросил меня: «Почему вы это не опубликовали?», на что я ответил: «Потому, что это не мой результат - это результат фон Нейманна. Все, что я сделал - это записал для внутреннего обращения мое собственное доказательство того, что набросал фон Нейманн. У меня был такой метод обучения сотрудников моего отдела в Пентагоне». Сегодня все цитируют фон Нейманна как создателя теоремы о двойственности и ценят Такера, Куна и Джейла как опубликовавших первое строгое доказательство.

Немного позже моей первой встречи с Такером состоялось собрание Экономического общества в Висконсине, на котором собрались такие широко известные статистики, математики и экономисты, как Х. Хотеллинг, Т. Купманс, Дж. фон Нейманн и многие другие хорошо известные

сегодня, а тогда только начинавшие свою карьеру. Я был молодым незнакомцем. Я помню, что был совершенно напуган идеей представления в первый раз перед столь заслуженной аудиторией концепции линейного программирования.

После моего выступления председатель объявил дискуссию. В первые мгновения наступила тишина, затем поднялась одна рука. Это была рука Хотеллинга. Я спешу пояснить, что Хотеллинг был громаден. Он имел обычай плавать в океане, при этом сказывали, что уровень воды в океане заметно поднимался. Этот громадный человек-кит поднялся в заднем ряду. На его выразительном лице появилась одна из тех известных улыбок, которые мы так хорошо знаем. Он произнес уничтожающе: «Но мы все знаем, что мир нелинеен». Затем он величественно сел. А я остался, по сути никому не известный, стоять, бешено стараясь сформулировать достойный ответ великому Хотеллингу.

Внезапно в аудитории поднялась другая рука. Это был фон Нейманн. «Господин председатель, господин председатель!- он сказал.- Если докладчик не возражает, то я бы хотел ответить за него». Естественно, я согласился. Фон Нейманн сказал: «Докладчик назвал свое выступление «Линейное программирование» и он тщательно сформулировал свои аксиомы. Если в вашем случае условия удовлетворяют аксиомам, то используйте это. Если это не выполняется, то не используйте», - и он сел. В конечном счете, конечно, Хотеллинг был прав. Мир чрезвычайно нелинеен. К счастью, системы линейных неравенств (в отличие от равенств) позволяют нам аппроксимировать большинство типов нелинейных отношений, встречающихся в практическом планировании.

В 1949 году, спустя точно два года с момента возникновения линейного программирования, в Чикагском университете состоялась первая конференция по математическому программированию (иногда называемая «Нулевым симпозиумом по математическому программированию»). Купманс, организатор, дал позднее трудам конференции название «Анализ действий в производстве и распределении.» Среди участников были экономисты Т. Купманс, К. Эрроу, П. Сэмюэльсон, Л. Гурвиц, Д. Дорфман, Иоргеску-Реген и Х. Саймон, математики А. Такер, Х. Кун, Дж. Джэйл и люди из ВВС типа Маршалла Вуда, Мюррэя Гайслера и меня.

Появление, или скорее, перспектива появления электронного компьютера, обращение математиков-теоретиков и экономистов к реальным задачам в ходе войны, заинтересованность в механизации процесса планирования и наличие денег для таких прикладных исследований - все сошлось в период 1947-1949 гг. Время пришло. Исследование, выполненное в эти два коротких года, по-моему мнению, является одним из самых замечательных событий в истории. Труды конференции остаются и в наши дни важным источником цитирования, классикой.

При редактировании этих трудов Купманс попросил меня сделать что-нибудь, чтобы избавиться от одного условия, которое я принял при доказательстве симплекс-метода. Он хотел, чтобы я попробовал доказать, что алгоритм будет сходиться без предположения о невырожденности, которое я вначале считал необходимым. Ибо это вырождение сравнимо по вероятности, например, со столкновением четырех самолетов в трехмерном пространстве. Но затем случилось нечто неожиданное. Оказалось, что несмотря на нулевую вероятность вырождения линейной задачи, все практические задачи, проверяемые моей группой в ВВС, оказывались вырожденными. Вырожденности не должно было быть, но она существовала. И это было правилом, а не исключением!

Я предложил метод внесения беспорядка в правые части для устранения вырожденности в симплекс-методе. Идею доказательства я набросал и дал в качестве домашних упражнений студентам, у которых я тогда преподавал. Эдмонстон и другие возвратили доказательства (март 1951 г.). Летом 1951 г. Филип Вулф, тогда студент в Беркли, работая со мной во время каникул в Пентагоне, предложил лексикографическую интерпретацию идеи беспорядка, которую Ф. Вулф, Э. Ордэн и я опубликовали в совместной статье. А. Чарнз независимо разработал другую схему. Несколькими годами позднее Вулф предложил третий способ, основанный на моем индуктивном доказательстве симплекс-метода и являющийся, по моему мнению, лучшим, т.к. устраняет вырожденность, используя лишь один дополнительный столбец информации. Нужна или нет такая схема на практике - это никогда не обосновывалось. Недавно было отмечено (1981 г.), что даже если вырожденности нет, то существует большая вероятность почти вырожденности. Эта предполагает, что критерии выбора направления движения по симплексам должны выбирать допустимые решения в направлениях, удаляющих от вырожденных и почти вырожденных допустимых базисных решений. Соблюдение этого должно сократить общее число итераций.

Симплекс-метод является также мощным теоретическим инструментом для доказательства теорем. При доказательстве теорем весьма существенно, что этот алгоритм содержит способ исключения вырожденности.

В 1950 гг. и 1960 гг. стали возникать новые направления. Время позволяет мне упомянуть о каждом лишь в нескольких словах.

Нелинейное программирование возникло примерно в 1951 г. с появлением знаменитой теоремы Куна-Такера, произошедшей от теоремы Фрица-Джона (1948 г.). Позднее Торри Рокафеллар, Ф. Вулф, Р. Котл и другие развили теорию нелинейного программирования и расширили понятие двойственности. Коммерческие приложения начаты в 1951г. Чарнзом и Купером. Вскоре после этого практические приложения начали доминировать.

Теория потоков в сетях начала развиваться около 1954 г. Форд, Фалкерсон и Хофман показали связи с теорией графов. Недавние исследования в комбинаторной оптимизации выросли из их работы.

Методы большой размерности (мое направление) начались в 1955г. моей статьей «Верхние границы, блочно-треугольные системы и второстепенные ограничения». В 1959-1960 гг. Вулф и я опубликовали наши статьи о принципе декомпозиции.

Стохастическое программирование началось в 1955 г. моей статьей «Линейное программирование при неопределенности», этот подход был значительно расширен Р. Уэтсом в 1960-х г.г. Важный вклад в это направление был сделан А. Чарнзом. Стохастическое программирование, по-моему мнению, одно из самых многообещающих направлений для будущих исследований и одно из самых тесно связанных с методами большой размерности.

Целочисленное программирование начато в 1958 г. Р. Гомори. В отличие от более ранней работы по задаче коммивояжера, сделанной Фалкерсоном, Джонсоном и мной, Гомори показал, как рационально получать секущие плоскости. Метод ветвей и границ, который мы также использовали в нашей работе, был изучен Е. Баласом и другими. Метод ветвей и границ оказался наиболее эффективным на практике для решения целочисленных задач.

Теория дополнительного разрешающего элемента начата в 1962-1963 гг. Ричардом Коттлом и мной, и существенно дополнена Коттлом. Это было развитие метода Вулфа для решения задач

квадратичного программирования. В 1964 г. Лемке и Хаусон применили этот подход для двухматричных игр. В 1965 г. К. Лемке распространил этот алгоритм на другие невыпуклые задачи. В 1970-х гг. Г. Скарф, Г. Кун и Б. Ивз дополнили его для решения задач с фиксированной точкой. Результаты Лемке представляют собой исторический прорыв в область невыпуклости.

Алгоритмы с полиномиальным временем. В 1978 г. Л.Г. Хачиян показал, что алгоритм эллипсоидного типа может решить любую задачу линейного программирования за полиномиальное время. Важный теоретический прорыв, но из числа тех, что пока не могут быть использованы для решения практических задач. Кли и Минти показали, что один из вариантов симплекс-метода не полиномиален. Это оставляет открытым вопрос о том, почему симплекс-методом решается широкий класс взятых из практики задач линейного программирования за примерно линейное время.

В конце 1960-х гг. и 1970-х гг. различные направления математического программирования из тех, что я сейчас упомянул, росли экспоненциально. Для меня невозможно в этом коротком обзоре охватить эти достижения.

Позвольте мне в завершение немного рассказать о том, как возникли различные термины линейного программирования. Военные называли программами свои различные планы или предлагаемые расписания для подготовки, тылового снабжения и перемещения боевых частей. Когда я впервые проанализировал задачу планирования для ВВС и увидел, что она может быть сформулирована как система линейных неравенств, то назвал свою первую статью «Программирование с линейной структурой». Летом 1948 г. Купманс и я работали в корпорации «РЭНД». Однажды мы гуляли недалеко от пляжа Санта-Моника. Купманс сказал: «Почему бы не сократить «Программирование с линейной структурой» до «Линейного программирования?» Я ответил: «Отлично! С этого момента пусть так и называется». После этого я сделал доклад в «РЭНД» с этим названием. Термин «математическое программирование» обязан своим возникновением Роберту Дорфману, который еще в 1949 г. почувствовал, что термин «линейное программирование» слишком тесен. Термин «симплекс-метод» возник из дискуссии с Т. Моцкином, который почувствовал, что подход, который я использовал в геометрии столбцов, лучше всего описывался как движение от одного симплекса к другому, соседнему. Математическое программирование также несет ответственность за многие термины, которые теперь являются стандартными в математической литературе. Термины, подобные Arg Min , Arg Max , Lexico-Max , Lexico-Min . Термин «двойственный» - не новый. Но неожиданно стал новым термин «прямой», введенный около 1954 г. Это было примерно так: У.Орчард-Хейз, бывший ответственным за новую коммерческую версию программного обеспечения по линейному программированию, сказал мне однажды в «РЭНД» примерно в 1954 г.: «Нам нужно слово для обозначения исходной задачи, для которой имеется двойственная». Я, в свою очередь, спросил своего отца, Тобиаса Дантцига, математика и писателя, хорошо известного своими книгами, популяризирующими историю математики. Он хорошо знал греческий и латинский языки. Когда бы я не старался объяснить ему суть линейного программирования, Тоби (как его обычно с любовью звали) начинал скучать, но на этот раз он задумался и предложил «прямой» как естественный антоним, т.к. оба слова латинского происхождения. Это стало одним единственным вкладом Тоби в линейное программирование; единственным, если не считать, конечно, ту подготовку, которую он дал мне по классической математике или его участие в моем появлении на свет.

Если бы меня попросили суммировать мои ранние и, возможно, мои самые главные результаты в линейном программировании, я бы назвал три следующих:

(1) Осознание (в результате практического составления программ в течение 5 военных лет) того, что большинство практических плановых соотношений может быть сформулировано в виде системы линейных неравенств.

(2) Выражение критериев для выбора хороших или наилучших планов в терминах явных целей (т.е. линейных целевых форм), а не в терминах практических правил, которые по лучшей мере лишь средства для достижения той цели, которая ею не является.

(3) Изобретение симплекс-метода, который преобразовал простой, возможно, интересный подход к экономической теории в основной инструмент практического планирования больших сложных систем.

Потрясающую мощь симплекс-метода трудно себе представить. Для решения перебором задачи о назначениях, которую я упомянул ранее, потребуется солнечная система электронных компьютеров с наносекундным быстродействием, работающих с момента Большого взрыва до момента полного остывания Вселенной, чтобы просмотреть все варианты и убедиться, что найденный является наилучшим. А поиск оптимума с использованием IBM 370-168 и стандартной программы симплекс-метода займет лишь одну секунду.

Оглядываясь назад, интересно отметить, что первоначальная проблема, с которой начались мои исследования, а именно - задача динамического во времени планирования или составления расписания, все еще не решена. Было сделано много предложений по методам решения систем большой размерности этого типа, например, принцип гнездовой декомпозиции. Сегодня это активная, волнующая и сложная область, имеющая важные приложения в долгосрочном планировании, которые могут внести вклад в благосостояние и стабильность мира.

До появления линейного программирования не имело смысла явно формулировать основные цели, и поэтому цели смешивались с практическими правилами при поиске решения. Спросите военачальника, в чем состоит цель, и он скажет: «В том, чтобы победить в войне». Будучи призванным быть более конкретным, военный моряк скажет: «Способ победить в войне - это строить линейные корабли», или, если он генерал ВВС: «Чтобы победить в войне, нужно строить большой флот бомбардировщиков». Так средство становится целью и, в свою очередь, порождает новые практические правила - как строить бомбардировщики или космические челноки, что снова смешивается с целями, и так далее вниз по цепочке.

Способность формулировать общие цели и затем искать оптимальные с точки зрения политики решения для практических задач принятия решений большой сложности является революционным достижением.

В заключение всего я хотел бы вспомнить о будущем. Современная экономика сложна и подвергается воздействию опасных динамических сил. Растущее население, сокращающаяся ресурсная база, растущий разрыв между богатыми и бедными странами, политические осложнения на международной арене.

Несмотря на эти динамические силы и сложность мировой экономики, политические деятели продолжают принимать решения без учета возможностей имеющихся мощных аналитических инструментов. То, что их решения плохи, очевидно.

По этой причине я все больше и больше прихожу к выводу, что модели не становятся частью инфраструктуры процесса принятия решений. Я задаю себе вопрос - почему? В реальном мире существует много групп с особыми интересами, которые влияют на процесс принятия решений как негативно, так и позитивно. И на самом деле их учет необходим вследствие их особой ответственности и знаний. Имеется множество целей и они часто слабо сформулированы. Короче, решения принимаются в основном с учетом имеющегося опыта, при этом возможности моделей математического программирования не используются. Это подтверждает необходимость поиска методов, дисциплинирующих процесс планирования, с тем, чтобы упомянутые группы могли лучше оценивать альтернативы и достигать взаимопонимания. При таком подходе, я верю, полный потенциал математического программирования сможет быть использован для решения острых проблем, стоящих перед страной и миром.

1. DANTZIG G.B. Reminiscences About the Origins of Linear Programming //Mathematical Programming: The State of the Art / Ed. by A. Bachem, M. Groetschel and B. Korte.-Berlin: Springer Verlag,1983.-P.79-86.

2. Это исследование было частично поддержано Министерством энергетики, контракты DE-AM03-76SF00326, PA No.DE-AT03-76ER72018; Управлением военно-морских исследований по контракту N0001475-C-0267 и грантами Национального научного фонда США MCS-7681259, MCS-7926009 и ECS-8012974.

© Перевод на русский язык В. Зацепин, 1994