

- Корнеев В.Г.** (1977). Схемы метода конечных элементов повышенной точности. Л.: ЛГУ.
- Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырский П.И.** (1972, 1975). Вычислительные методы высшей математики. Т. 1, 2. Минск: Вышэйшая школа.
- Леонид Витальевич Канторович (2002). Леонид Витальевич Канторович: человек и ученый / Под ред. В.Л. Канторович, С.С. Кутателадзе, Я.И. Фет. Новосибирск: Изд-во СО РАН, филиал «Гео».
- Марчук Г.И.** (1973). Методы вычислительной математики. М.: Наука.
- Оганесян Л.А.** (1985). Численный расчет плит. В сб.: «*Решение инженерных задач на электронно-вычислительных машинах*». Вып. 13. Л.: ЛГУ. С. 71–81.
- Оганесян Л.А., Руховец Л.А.** (1979). Вариационно-разностные методы решения эллиптических уравнений. Ереван: Изд-во АН АССР.
- Руховец Л.А.** (1970). Исследование скорости сходимости вариационно-разностных схем для двумерных эллиптических уравнений второго порядка. Дисс. канд. физ.-мат. наук. Л.: ЛОМИ АН СССР.
- Рябенский В.С., Филиппов А.В.** (1956). Об устойчивости разностных уравнений. М., Гостехиздат.
- Самокиш Б.А.** (1957). Исследование быстроты сходимости метода наискорейшего спуска // *УМН*. Т. XII. № 1. С. 282–240.
- Самокиш Б.А.** (1958). Метод наискорейшего спуска в задаче о собственных значениях полуограниченных операторов // *Изв. вузов. Математика*. Т. 5. С. 105–114.
- Самокиш Б.А.** (1964). Кустойчивости абстрактного метода Галеркина // *Вестник ЛГУ. Сер. мат., физ., хим.* № 1.
- Самокиш Б.А., Смолянская Н.А.** (1976). Об апостериорных оценках решений краевых задач. Численная апостериорная оценка обратного оператора  $I$  краевой задачи для обыкновенного дифференциального оператора 2-го порядка // *Деп. в ВИНТИ*. № 1275, 1976. Реф.: // *Вестник ЛГУ. Сер. мат., мех., астр.* № 19. С. 160.
- Смолянская Н.А.** (1976). Об апостериорных оценках решений краевых задач. Некоторые новые апостериорные оценки для обыкновенной дифференциальной краевой задачи 2-го порядка // *Деп. в ВИНТИ*. № 1275, 1976. Реф.: // *Вестник ЛГУ. Сер. мат., мех., астр.* № 19. С. 160.
- Харрик И.Ю.** (1955). О приближении функций, обращающихся на границе в нуль, функциями особого вида // *Математический сборник*. Т. 37.
- Харрик И.Ю.** (1963). О приближении функций, обращающихся в нуль на границе области вместе с частными производными, функциями особого вида // *Сибирский математический журнал*. Т. 4. № 2.
- Sea J.** (1964). Approximation Variationelle des Problemes aux Limites. Ann. Inst. Fourier. Grenoble. Band 14. № 2.

Поступила в редакцию 28 февраля 2012 года

**О.К. Даугавет**

Санкт-Петербургский экономико-математический институт РАН

**И.В. Романовский**

Санкт-Петербургский государственный университет

## **О деятельности и работах Л.В. Канторовича в области программирования**

Роль Л.В. Канторовича в развитии математики и экономики известна и признана во всем мире, но не следует забывать и о его существенном вкладе в становление информатики, а именно в программирование для ЭВМ – электронно-вычислительных машин.

Л.В. Канторович стал уделять внимание вычислительной технике и вопросам проведения на ней вычислений, начиная с очень скромного вычислительного средства (даже еще и не электронного) – счетно-

аналитического комплекта, предназначенного для обработки массивов перфокарт с финансовой и статистической информацией. «Команда Л.А. Люстерника» планировала применить эту технику для построения некоторых видов артиллерийских таблиц.

В военное время было трудно принять полноценное участие в изучении возможностей вычислительной техники, но практически сразу же после войны начались работы по этой теме. Приведем ниже полностью неболь-

шую заметку М.К. Гавурина, опубликованную в «Успехах математических наук» (Гавурин, 1948).

### РАБОТЫ ПО ПРИМЕНЕНИЮ СЧЕТНО-АНАЛИТИЧЕСКИХ МАШИН ДЛЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ВЫЧИСЛЕНИЙ В ЛЕНИНГРАДЕ

*«С июня 1947 г. Ленинградским отделением Математического института АН СССР (ЛОМИ) и Институтом теоретической астрономии АН СССР (ИТА) на базе оборудования Ленинградской фабрики механизированного счета Госплана СССР начата экспериментальная работа по использованию счетно-аналитических машин для математических вычислений. Для этой цели на фабрике организовано особое отделение – Ленинградская экспериментальная машиносчетная станция АН СССР». Непосредственными участниками работы являются: от ЛОМИ – М.К. Гавурин и Н.М. Терентьев (под общим руководством Л.В. Канторовича); от ИТА – С.Г. Маковер и Д.К. Куликов.*

*Задачи, которые были поставлены перед указанными лицами, несколько различны. Если для астрономов наиболее существенным является выполнение различных «производственных» заданий, то для математиков большую роль играют эксперименты – поиски новых методов расчета, а «производственная» деятельность занимает подчиненное место. Впрочем, истекшие несколько месяцев, естественно, были затрачены главным образом на первоначальное ознакомление с САМ и освоение имеющейся техники.*

*Из отдельных работ, выполняющихся ЛОМИ на экспериментальной станции, можно указать вычисление функций Бесселя для больших значений аргумента и больших номеров. Исследовательская работа дала некоторые новые приемы вычислений на САМ, связанные с применением двоичных разложений чисел, – в развитие метода И.Я. Акушского.*

*Работа ИТА связана с вычислениями данных для астрономических ежегодников. Применение САМ к выполнению этих весьма объемистых вычислений позволило увеличить производительность труда вычислителя по крайней мере в 5–10 раз.*

*Надо отметить, что в работе ленинградских математиков и астрономов с САМ существенную помощь оказала передача опыта, накопленного их московскими товарищами. Особенно большую роль сыграли несколько докладов, прочитанных на эту тему И.Я. Акушским. Весьма ценным было также организационное содействие Л.А. Люстерника и И.Я. Акушского».*

Отметим, что в следующем выпуске этого журнала была опубликована известная статья Л.В. Канторовича и М. К. Гавурина об использовании САМ (Канторович, Гавурин,

1948), а таблицы функций Бесселя были опубликованы М.К. Гавуриным и В.Н. Фаддеевой (Гавурин, Фаддеева, 1950) в 1950 г.

Когда в скором времени Леонид Витальевич был привлечен к важным расчетам оборонного характера, его интерес к вычислительной технике стал вынужденным, но от этого творческий уровень исследований не снизился. С 1948 г. в соответствии с Постановлением СМ СССР (Постановление, 1948) Л.В. Канторович руководил очень ответственными расчетами и искал вычислительную технику, которую можно было бы использовать. Счетно-аналитический комплект был одной из таких возможностей. Группа Канторовича, как это следует из воспоминаний В.С. Владимирова и В.Н. Кублановской (Вычисления для атомного проекта, 2002), сумела его применить.

Доступ к ЭВМ группа Канторовича получила только через несколько лет, а с 1956 г. начинаются публикации исследований по программированию (Канторович, 1956; Канторович, Петрова, 1956; Канторович, Петрова, Яковлева, 1956; Канторович, 1957). Уже в работах 1956 г. Леонид Витальевич отмечал значение появления ЭВМ для всей человеческой культуры. Его статья (Канторович, 1956) была переведена на многие языки и, что интересно, в США в 1999 г. был издан репринт ее перевода. В этих работах Канторович отмечает, что в науке и в технике все более требуется количественный математический анализ, который невозможен без ЭВМ. Народное хозяйство не может обходиться без огромного объема вычислений, доступных лишь при наличии ЭВМ. Но применение ЭВМ не ограничивается вычислительными работами. Их можно применять для всякого рода аналитических выкладок, анализа логических схем, замены физических экспериментов машинным моделированием, управления производством, для анализа и обработки текстов (их расшифровки, перевода текстов с одного языка на другой, составления библиографии, решения информационных задач ...).

Леонид Витальевич прекрасно понимал и внедрял в сознание математиков, ученых, всего общества, что ЭВМ – это не просто очередная ступень механизации вычислений, а переворот в жизни человечества, что изобретение ЭВМ окажет не меньшее влияние на все стороны человеческой деятельности, чем книгопечатанье, паровая машина, радио. Именно такой подход был характерен для Леонида Витальевича с самого начала компьютерной эры: он сделал все, чтобы приблизить ее.

Совершенствование характеристик ЭВМ, основанное на новых конструкциях

и новых физических принципах, открывает новые варианты их использования, что, в свою очередь, требует совершенствования ЭВМ. В частности, интересно влияние использования ЭВМ на численные и приближенные методы. В численных методах возникают новые проблемы: вопросы оценки погрешности, округления, устойчивости, появляются новые методы (например, метод Монте-Карло). Новые применения ЭВМ, в свою очередь, требуют усовершенствования методов программирования: широкого использования библиотек программ, создания систем автоматизации программирования, создание систем не только для численных расчетов, но и для аналитических выкладок.

Следует заметить, что сформулированные выше положения, высказанные Канторовичем еще в начале 1950-х годов, не потеряли актуальности и в настоящее время. Сейчас, когда даже простое перечисление разнообразных применений ЭВМ невозможно, эти положения кажутся тривиальными, но в то время они представлялись фантастическими.

Л.В. Канторович сформулировал понятие «крупноблочности» для автоматизации программирования; речь шла об «укрупненных» данных и «укрупненных» операциях над ними. Затем он попытался использовать понятие «крупноблочности» не только в программировании, но и в других областях, т.е. применить системный подход к решению задач, связанных с массовыми вычислениями. Он считал, что нужно рассматривать совместно математическое моделирование и анализ решения задач в различных областях применения ЭВМ, численные методы и алгоритмы решения этих задач, вопросы программирования и вычислительной техники.

Из идеи «крупноблочности» вытекали требования ко всем компонентам этого комплексного подхода. Л.В. Канторович сформулировал эти требования:

- а) исследовать и создать характеристики задач в областях применения, порождающих сложные вычислительные задачи;
- б) классифицировать задачи, методы и алгоритмы их решения, структуры их данных, выявить в этих методах и алгоритмах операции и структуры данных, занимающих наибольшее время выполнения, понять их цикличность, конвейерность, параллельность в обработке;
- в) изучить технические возможности машин и требования к их усовершенствованию или приспособлению алгоритмов к этим техническим возможностям;

- г) построить языки программирования высокого уровня, позволяющие удобно и эффективно описывать все перечисленные требования.

С 1950-х годов программирования, т.е. с самого начала возникновения программирования, деятельность Л.В. Канторовича в этой области была многогранной. В 1951 г. на механико-математическом факультете ЛГУ была создана группа вычислительной математики. Для нее профессор Канторович читал лекции и проводил практические занятия, обучая студентов программированию на виртуальной машине «ЛВК», названной так по имени ее автора: обучать программированию для реальной машины не было возможности и смысла – они все в то время были секретны, да и виртуальная машина была гораздо логичнее реальной. Студенты первых выпусков группы под руководством М.К. Гавурина проходили производственную практику на экспериментальной машиносчетной станции АН СССР.

Вместе с сотрудниками «программистской группы» в ЛОМИ Л.В. Канторович изучал систему команд реальной машины, слушал лекции по логике Н.А. Шанина. На семинаре по приближенным вычислениям в ЛОМИ выступали молодые сотрудники со своими докладами (реферативные и оригинальные работы по автоматизации программирования). Семинар был очень представительным, в нем принимали участие такие специалисты по различным математическим дисциплинам, как И.П. Натансон, С.М. Лозинский, В.Н. и Д.К. Фаддеевы, В.Н. Кублановская и многие другие, что обеспечивало выбор подходящих модельных задач. На этих задачах исследовались вычислительные алгоритмы, а в последующем опробовались языки и системы программирования, обсуждались способы разрешения возникающих трудностей – специальные численные методы, новые методы в программировании, новые конструкции в языках программирования, идеи о новых вычислительных устройствах. На различных научных мероприятиях Л.В. Канторович и его ученики делали доклады; например, в МГУ на авторитетном семинаре А.А. Ляпунова Леонид Витальевич выступил с докладом о программировании в Ленинграде, на всесоюзных конференциях выступали его ученики.

Л.В. Канторович вел большую научно-организационную работу в масштабах всего Советского Союза. Он был председателем Секции кибернетики при Ленинградском Доме ученых и руководителем старейшего в стране семинара по кибернетике при этой секции, являлся одним из инициаторов соз-

дания научного Совета по кибернетике при Президиуме АН СССР, участвовал в работе по созданию Центрального научного института по кибернетике.

Л.В. Канторович был инициатором создания ВЦ ЛОМИ, специального отдела института, куда вошли группы по программированию и вычислительной технике. На основе этого отдела был создан академический институт, сыгравший большую роль в становлении информатики в Ленинграде, а тем самым – и во всем Советском Союзе.

Сохранению традиций семинара Л.В. Канторовича и продолжением развития его идей послужил городской семинар программистов, созданный в ВЦ ЛОМИ и просуществовавший 30 лет. Семинар объединял программистов многих организаций Ленинграда – академических, научных и учебных институтов, к числу которых относились: Ленинградский университет, Электротехнический и Политехнический институты, ЛОМИ, Институт теоретической астрономии, Оптический институт, Физико-технический институт. В работе семинара принимали участие программисты многих учреждений, как гуманитарных (Русский музей, Институт истории Академии наук), так и производственных (ВЦ Метростроя, Полиграфмаш). На семинаре выступали известные ученые из различных городов Советского Союза и других стран мира. За 30 лет его существования было заслушано около 900 докладов.

Но работы по программированию смогли начаться только тогда, когда появился реальный доступ к вычислительным машинам. Как известно, необходимость создания сложных программ затрудняет использование ЭВМ, и автоматизация программирования стала возможной только с момента появления ЭВМ. Нужно было заставить машину выполнять нелегкий труд по составлению программ (или даже решать задачи без составления программ).

Исследования Л.В. Канторовича и его учеников по автоматизации программирования стали интенсивно развиваться с начала 1950-х годов, их работы были одними из первых в этой области и находились на уровне мировых достижений. Но они лежали вне руслу традиционных «фон-неймановских» представлений о путях развития автоматизации программирования, и это затрудняло распространение идей Л.В. Канторовича. Он использовал другой, функциональный подход, теснее связанный с математическими представлениями и теориями. Исследования Леонида Витальевича ставили программирование

на научную основу, делали его наукой. В работах Л.В. Канторовича и его учеников давалось описание программ, в которых степень формализации была достаточной для исследования синтаксических структур программ и создания программируемых систем. Особенность этих работ состояла в сочетании математической стройности с эффективной реализацией, направленной на производство массовых вычислений. Все части систем были универсальны, т.е. инвариантны относительно сферы применения.

Описывая систему автоматизации Л.В. Канторовича, следует остановиться на ее особенностях: «крупноблочности», схемном подходе, наличии «прорабов» (см. ниже), а также на очень существенной черте – стремлению применить ЭВМ к невычислительным задачам.

Основная идея крупноблочного подхода заключается в том, что для задания для ЭВМ не надо манипулировать числами: задание формулируется на языке, близком к математическому, который включает некоторые агрегированные объекты и операции над ними. Такой подход инвариантен относительно сферы применения: объекты могут быть разными, универсальными (многомерные величины, списки, схемы, программы, комплекты и т.п.) или специализированными, связанными с конкретной областью применения (полиномы, матрицы и вектора). Объекты строятся иерархически: верхний уровень не обязан учитывать особенности нижнего уровня. Из объектов можно делать «вырезки», т.е. подобъекты. Объекты снабжаются «справкой», содержащей все их особенности – синтаксические, семантические, реализационные (информацию о его имени, типе, значении, а также технологическую информацию об особенностях использования объекта, возможности его расположения в том или другом типе памяти, о нужности объекта после использования и т.д.). Допускалось, что справку может создавать либо программист, либо сама система.

Операции имеют дело с агрегированными объектами и представляют, по сути, некоторые стандартные программы, которые могут реализовываться автономно (что упрощает работу) и со всей тщательностью, обеспечивающей эффективность реализации. Операции строятся также иерархически, некоторые могут выполняться с обращением лишь к справкам.

Крупноблочный метод был предложен как основа системного, комплексного подхода к математическому моделированию задач вычислительной математики, вычислительной техники, языков программирования.



Влияние крупноблочного подхода сказалось на развитии этих аспектов человеческой деятельности уже в то время. Он был ориентирован, в частности, на сложные задачи с массовыми вычислениями.

Схемная запись вычислительного плана приближена к привычной математической, она позволяет преодолевать различия между математическими и машинными языками. Схема отражает логические связи между крупноблочными объектами, представляя собой иерархический граф этих зависимостей. Верхние уровни освобождают от детализаций нижние. Схемная запись задачи достаточна, с одной стороны, для анализа вычислительного плана, его преобразования с целью оптимизации, а с другой, – для машинной реализации. Именно схемная запись вычислительного плана, по существу, сделала программирование наукой, легла в основу теоретического программирования, в частности в основу функционального программирования. Схема могла рассматриваться как крупноблочный информационный объект.

Системные программы, доводящие решение задачи, записанное как вычислительный план над крупноблочными объектами, до получения результата в явной форме или до программы, решающей задачу, назывались «прорабами». В «прорабах» использовались четко сформулированные, но тогда еще неразработанные, интерпретационный и компиляционный подходы, а иногда – их сочетание.

Эффективность работы «прорабов» обеспечивал тщательный подбор языковых средств. Определенную роль играла и возможность управления выполнением программы через содержащуюся в «справках» информацию, которую определяет и использует автор задачи. Для эффективной работы существенно было то, что основная часть работы «прораба» – стандартные программы операций, составленные очень тщательно и обеспечивающие эффективность работы «прораба» или построенной им программы.

Особой функцией «прораба» было распределение памяти и ее экономия. В эту деятельность разрешалось вмешиваться программисту, который мог давать в «справках» или строках вычислительного плана особые указания о распределении памяти. В «прорабах» как транслирующих системах четко соблюдался иерархический подход построения, определенный для объектов и вычислительных планов.

Программа «прораба» – в противоположность другим «программирующим программам» – создавалась относительно просто, что

было обусловлено схемной записью, интерпретационным характером системы и возможностью использования автономно составленных программ операций. Интересно заметить, что «прорабы» создавались еще в машинных кодах.

«Прорабы» имели в основном экспериментальный характер. Они доказывали реальность и достижимость предложенного подхода к автоматизации программирования. Однако они были созданы не только для демонстрации эффективности предложенного подхода. «Прорабы» применялись для обнаружения сигналов в потоке импульсов, для исследования методов работы с разреженными матрицами, для решения обыкновенных дифференциальных уравнений методом Рунге, для задачи об устойчивости сжатой эллиптической пластины, для сравнения методов работы с разреженными матрицами и т.п.

Аспекту применения ЭВМ для обеспечения интеллектуальной деятельности человека Леонид Витальевич придавал чрезвычайно большое значение. Он высказал идею о том, что ЭВМ могут выполнять тонкую и квалифицированную работу («... обычные машины могут облегчать труд как землекопа, так и вышивальщицы»). Инвариантность крупноблочности относительно области применения давала возможность использовать предлагаемую систему для самых разных областей, что было продемонстрировано при работе с такими объектами, как списки, схемы, многомерные величины, программы для работы по автоматизации аналитических вычислений (упрощение рациональных функций, логических формул, дифференцирование сложных функций, решение некоторого класса уравнений в частных производных, работа с полиномами).

Идеи и работы Л.В. Канторовича по автоматизации программирования опережали свое время и были устремлены в будущее. Тем не менее они не получили широкого признания и распространения, не удалось создать цельной системы автоматизации программирования. В 1950–1960-е годы, когда эти идеи интенсивно развивались, вычислительная техника была маломощной и находилась в распоряжении представителей оппозирующего направления императивных языков, соответствующих всеильной тогда «фон-неймановской» архитектуре ЭВМ. Критика со стороны оппонентов поставила представителей крупноблочного программирования в положение обороняющихся, что серьезно затрудняло развитие их идей.

Однако время и дальнейшее развитие вычислительной техники, языков программирования, теории программирования, да и всей

компьютерной науки поставило идеи и работы Л.В. Канторовича на заслуженное место в развитии мировой информатики, показало гениальную прозорливость Л.В. Канторовича в информатике, как и во многих других науках.

#### Литература

- Вычисления для атомного проекта (2002). Вычисления для атомного проекта. Рассказы академика Василия Сергеевича Владимировича и Веры Николаевны Кублановской. В кн.: «*Леонид Витальевич Канторович: человек и ученый*» / Под ред. В.Л. Канторович, С.С. Кутателадзе, Я.И. Фет. Т. 1. Новосибирск: Изд-во СО РАН, Филиал «Гео». С. 153–160.
- Гавурин М.К.** (1948). Работы по применению счетно-аналитических машин для математических вычислений в Ленинграде // *УМН*. Т. 3. Вып. 3(25). С. 212.
- Гавурин М.К., Фаддеева В.Н.** (1950). Таблицы функций Бесселя  $J_n(x)$  целых номеров от 0 до 120. М., Л.: Гостехиздат.
- Канторович Л.В.** (1956). Перспективы развития и использования электронных счетных машин // *Математика, ее содержание, методы и значение*. Т. 2. С. 382–390.
- Канторович Л.В.** (1957). Об одной математической символике, удобной при проведении вычислений на машинах // *Доклады АН СССР*. Т. 113. № 4. С. 738–741.
- Канторович Л.В., Гавурин М.К.** (1948). О некоторых новых приемах вычислений на табуляторе, связанных с использованием двоичных разложений чисел // *УМН*. Т. 3. Вып. 4 (16). С. 119–138.
- Канторович Л.В., Петрова Л.Т.** (1956). О математической символике, удобной при вычислениях на машинах. В сб.: «*Труды III Всесоюзного съезда математиков*». Т. 2. М.: Изд-во АН СССР. С. 151.
- Канторович Л.В., Петрова Л.Т., Яковлева М.А.** (1956). Об одной системе программирования. В сб.: «*Пути развития советского машиностроения и приборостроения*». Ч. 3. М.: ВИНТИ. С. 30–36.
- Постановление (1948). Постановление СМ СССР № 1990-774 сс/оп «О дополнительных заданиях по плану специальных научно-исследовательских работ на 1948 год». 10 июня 1948 г.  
*Поступила в редакцию 25 февраля 2012 года*